

INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS

Para resolvermos uma inequação exponencial devemos respeitar as seguintes propriedades.

• Quando as bases são maiores que 1 ($a > 1$), a relação de desigualdade se mantém.

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$$

• Quando as bases estão compreendidas entre 0 e 1 ($0 < a < 1$), a relação de desigualdade se inverte

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$$

Exercícios resolvidos

1) Resolver a inequação: $2^{2x-1} > 2^{x+1}$

Resolução: Como a base é maior que 1 ($a > 1$) a desigualdade mantém-se:

$$2^{2x-1} > 2^{x+1} \rightarrow 2x - 1 > x + 1 \rightarrow x > 2$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

2) Resolver a inequação: $(0,1)^{5x-1} < (0,1)^{2x+8}$

Resolução: Como a base está entre 0 e 1 ($0 < a < 1$) a desigualdade se inverte.

$$(0,1)^{5x-1} < (0,1)^{2x+8} \rightarrow 5x - 1 > 2x + 8 \rightarrow 3x > 9$$

$$\rightarrow x > 3, \text{ então } S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$$

ATENÇÃO: Para resolver uma inequação devemos realizar dois passos importantes:

- 1º) Redução dos dois membros uma potências de mesma base;
- 2º) Aplicação de uma das propriedades do quadro.

EXERCÍCIOS DE ASSIMILAÇÃO

A.01. Determine o conjunto verdade das inequações, admitindo-se $U = \mathbb{R}$:

- A) $3^x > 27$
- B) $(1/3)^x > 1/9$
- C) $2^x < 16$
- D) $(1/4)^x \leq 1/16$

A.02. Resolva as inequações exponenciais abaixo:
A) $2^{5x} > 2^{3x+10}$

B) $3^{5-x^2} < 3^{-4}$

C) $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x-1} \geq 1$

D) $(0,01)^{x^2-x} < (0,01)^{x-1}$

E) $2^{x+3} < (1/2)^3$

A.04. Determine o domínio **D** das funções:

A) $f(x) = \sqrt{2^x - 16}$

B) $f(x) = \sqrt{(7^x)^x - 7^{2x}}$

C) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3^{x+1} - 27}}$

D) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2^{x^2+1} - 32}}$

A.05. (ITA-SP - Adaptada) O domínio da função definida por

$$y = \frac{1}{\sqrt{4^{x+2} - 4^{-x}}}, \text{ é:}$$

- a) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$
- b) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 1\}$
- c) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -1\}$
- d) $D = \emptyset$
- e) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$

A.06. (JEVEST) Considerando o conjunto dos números reais, o conjunto-solução da inequação $(3 + \sqrt{2})^x > -2$, é:

- a) \emptyset
- b) \mathbb{R}_-
- c) \mathbb{R}_+
- d) \mathbb{R}
- e) \mathbb{R}^*

A.07. (PUC-MG) Se $f(x) = 4^{x+1}$ e $g(x) = 4^x$, a solução da inequação $f(x) > g(2-x)$, é:

- a) $x > 0$
- b) $x > 0,5$
- c) $x > 1$
- d) $x > 1,5$
- e) $x > 2$

A.08. DESAFIOS DO JEJECA

Dê o conjunto-solução das inequações abaixo:

- A) $x^{2x} \geq x^{x+3}$, em que $x > 0$ e $x \neq 1$.
- B) $(0,4)^{x^2+6} < (0,4)^{5x}$
- C) $3^{2-x} + 3^{2+x} > 18$
- D) $(0,3)^{x^2-2x} - 1 \geq 0$
- E) $\frac{4^x + 2}{9} < 2^{x-1}$